

**НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРИМЕНЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ  
МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ УСТРОЙСТВ АВТОМАТИКИ**

М. С. АЛЕЙНИКОВ, Т. Ю. АЛЕЙНИКОВА, В. Г. КИСЕЛЕВ  
В. П. ОБРУСНИК, Н. С. БОЛЬНЫХ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры приборов и устройств систем автоматики)

При оптимальном проектировании электромагнитных устройств возможны два подхода: при первом используют методы математического программирования, при втором — методы планирования экстремальных экспериментов. Методы математического программирования требуют знания аналитических зависимостей, определяющих функцию качества и ограничения, которые получаются путем решения дифференциальных уравнений для физических величин параметров геометрии электромагнитных устройств. Зачастую такие аналитические зависимости имеют сложный вид и носят приближенный характер. Кроме того, они имеют, как правило, коэффициенты, определяемые для конкретного типа устройства экспериментально.

Все это наводит на мысль использования для оптимального проектирования электромагнитных устройств автоматики экспериментально-статистических методов. В зависимости от поставленной цели при этом могут быть решены следующие задачи:

1. Получение максимального выходного параметра (мощность, быстродействие) стандартного устройства [1].
2. Оптимальное конструирование при заданных электрических параметрах [2, 3, 4].
3. Уточнение коэффициентов, входящих в аналитическое выражение, описывающее зависимость оптимизирующего параметра устройства некоторых электрических, магнитных и конструктивных величин.
4. Синтез оптимальных в смысле быстродействия, обеспечения заданного качества регулирования, минимума веса систем автоматического управления, использующих в качестве исполнительных, усилительно-преобразовательных и корректирующих устройств электромагнитные и электромеханические устройства.

В настоящей работе рассматривается применение экспериментально-статистических методов для решения задачи на примере трансформаторов, регулируемых подмагничиванием шунтов (ТРПШ). В [5] предложены аналитические выражения, позволяющие относительно просто при заданных электрических величинах выбрать оптимальную геометрию ферромагнитных устройств, используемых в системах регулирования. В частности, она приемлема и для ТРПШ. Последние оригинальны тем, что имеют большое число конструктивных разновидностей (более пятидесяти) и изготавливаются в диапазоне мощностей от нескольких десят-



ков ватт до сотен киловатт. Это приводит к необходимости уточнения коэффициентов, входящих в аналитические выражения, с помощью которых производится оптимальное проектирование ТРПШ, методом математического программирования.

Нами предлагается следующий порядок оптимального проектирования ферромагнитных устройств:

1. Рассчитывается оптимальная геометрия на основе аналитических выражений методом математического программирования.

2. Осуществляется физическое моделирование и выбираются параметры устройства методами планирования экстремальных экспериментов.

Указанный выше порядок проектирования позволяет: во-первых, проверить справедливость принятых допущений при выводе аналитических зависимостей и определить границы применимости этих зависимостей. Во-вторых, учитывается ряд факторов, влияющих на выбор оптимальной геометрии ферромагнитных устройств, трудно учитываемых при выводе аналитических зависимостей (потoki рассеяния, воздушные зазоры в магнитопроводе, теплоотдача, потери в стали и др.).

При использовании экспериментально-статистических методов для оптимизации требуется максимизировать функционал

$$Y_1 = F_1(x_1, x_2, \dots, x_m, k_1, k_2, \dots, k_n) \quad m \neq n. \quad (1)$$

При наложении ограничения вида

$$Y_2 = F_2(x_1, x_2, \dots, x_m, k_1, k_2, \dots, k_n) \quad m \neq n, \quad (2)$$

где  $Y_1$  — оптимизируемый параметр (мощность, к. п. д., стоимость и т. д.);

$Y_2$  — ограничение (допустимый перегрев, заданное быстродействие, форма кривой тока и т. д.);

$x_1, x_2, \dots, x_m$  — легко варьируемые факторы (электрические величины);

$k_1, k_2, \dots, k_n$  — трудно варьируемые факторы (конструктивные параметры).

Предполагается, что функционалы (1) и (2) с достаточной точностью аппроксимируются полиномом второго порядка:

$$\hat{Y}_1 = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i + \sum_{ij} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m b_{ii} x_i^2; \quad (3)$$

$$\hat{Y}_2 = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{ij, i < j}^m a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n a_{ii} x_i^2, \quad (4)$$

где  $x_i, x_j$  — варьируемые факторы,

$b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii}, a_0, a_i, a_{ij}, a_{ii}$  — коэффициенты, подлежащие определению.

Коэффициенты в (3) и (4) получаются на основе обработки и анализа результатов эксперимента, поставленного по специально составленному плану [6]. Поскольку в аппроксимирующие выражения (3) и (4) входят только легко варьируемые факторы, то эксперимент проводится на физической модели, для которой конструктивные параметры должны быть выбраны на основе предварительного аналитического расчета оптимизируемого устройства. Получив аналитическое описание результатов эксперимента в виде выражений (3) и (4), отыскивают значения варьируемых параметров, при которых достигается максимальная величина функции  $Y_1$  с учетом ограничения  $Y_2$ .



При наличии одного или нескольких ограничений приходится отыскивать условный экстремум. Задачу отыскания условного экстремума можно решать с помощью вычислительной математики, пользуясь методом неопределенных множителей Лагранжа.

Метод неопределенных множителей Лагранжа сводится к решению системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} + \lambda \frac{\partial y_2}{\partial x_1} = 0, \\ \frac{\partial y_1}{\partial x_1} + \lambda \frac{\partial y_2}{\partial x_2} = 0, \\ \dots \\ \frac{\partial y_1}{\partial x_m} + \lambda \frac{\partial y_2}{\partial x_m} = 0, \\ F(x_1, x_2, \dots, x_n) = y_2. \end{cases} \quad (5)$$

относительно переменных  $x_1, x_2, \dots, x_m, \lambda$  при некотором фиксированном значении  $y_2$ .

Предложенная методика проверена на примере проектирования нескольких конструкций ТРПШ. Используя упрощенный метод расчета оптимальной геометрии ТРПШ [5], нами сначала устанавливались конструктивные параметры и электрические величины аппаратов. В качестве оптимизируемого параметра выбиралась выходная активная мощность, а варьируемыми параметрами выбраны напряжение на первичной обмотке  $U_1$ , ток нагрузки  $I_n$ , ток подмагничивания  $I_d$ . За параметр ограничения принят максимально-допустимый перегрев.

Таблица 1

Изучаемый фактор и его обозначение	$U_1 \equiv x_1$ [b]	$I_n \equiv x_2$ [a]	$I_d \equiv x_3$ [a]	Кодовое обозначение
Основной уровень	180	1,12	0,72	0
Интервал варьирования	40	0,28	0,18	—
Верхний уровень	220	1,4	0,9	+1
Нижний уровень	140	0,84	0,54	—1

В табл. 1 для примера представлены интервалы варьирования изучаемых факторов одного из испытуемых ТРПШ. Интервалы варьирования выбраны на основе постановки предварительного эксперимента с учетом допустимого перегрева. После выбора интервала варьирования реализован ортогональный центральный композиционный план (ОЦКП), матрица планирования которого представлена в табл. 2 [6].

В результате обработки экспериментальных данных получены адекватные уравнения

$$P_n = \hat{Y}_1 = 145 + 24,5 x_1 + 6,9 x_2 + 15,4 x_3 - 18,5 x_2^2 - 20,8 x_3^2 + 5,5 x_1 x_2 + 18,25 x_2 x_3; \quad (6)$$

$$\theta = \hat{Y}_2 = 2,3 + 0,245 x_2 + 0,183 x_3 + 0,204 x_2^2 + 0,162 x_3^2 - 0,13 x_2 x_3. \quad (7)$$



Таблица 2

№ п.п.	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_3^2$	$x_1 x_3$	$x_1 x_2$	$x_2 x_3$	$P_n$	$\theta$
Полный факторный эксперимент												
1	+1	-1	-1	-1	0,27	0,27	0,27	+1	+1	+1	91	1,85
2	+1	+1	-1	-1	0,27	0,27	0,27	-1	-1	+1	130	2
3	+1	-1	+1	-1	0,27	0,27	0,27	-1	+1	-1	69	2,66
4	+1	+1	+1	-1	0,27	0,27	0,27	+1	-1	-1	132	2,76
5	+1	-1	-1	+1	0,27	0,27	0,27	+1	-1	-1	92	2,45
6	+1	+1	-1	+1	0,27	0,27	0,27	-1	+1	-1	135	2,61
7	+1	-1	+1	+1	0,27	0,27	0,27	-1	-1	+1	145	2,69
8	+1	+1	+1	+1	0,27	0,27	0,27	+1	+1	+1	208	2,9
Звездные точки												
9	+1	-1,215	0	0	0,75	-0,73	-0,73	0	0	0	151	2,56
10	+1	+1,215	0	0	0,75	-0,73	-0,73	0	0	0	200	2,1
11	+1	0	-1,215	0	-0,73	0,75	-0,73	0	0	0	160	2,45
12	+1	0	+1,215	0	-0,73	0,75	-0,73	0	0	0	135	2,95
13	+1	0	0	-1,215	-0,73	-0,73	0,75	0	0	0	140	2,0
14	+1	0	0	+1,215	-0,73	-0,73	0,75	0	0	0	148	2,51
Центральная точка												
15	+1	0	0	0	-0,73	-0,73	-0,73	0	0	0	145	2,0



Перегрев замерялся с помощью термопар, расположенных в различных местах обмоток и сердечников ТРПШ. При расчете коэффициентов уравнения (4) учитывались лишь максимальные перегревы (термоэдсы термопары в точке максимального перегрева). Подставляя уравнения (6) и (7) в (5) и решая на ЭЦВМ полученную систему уравнений методом Кифера-Вольфовитца, получаем оптимальные значения параметров  $P_n, x_1, x_2, x_3$ .

В результате расчета получены оптимальные параметры выходной активной мощности, токов нагрузки и подмагничивания для выбранных по методике [5] конструктивных параметров ТРПШ.

Таким образом, применение экспериментально-статистических методов для оптимизации устройств автоматики и электромеханики позволяет обеспечить задачу точного анализа-синтеза параметров этих устройств с учетом технических требований.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Гитман, Е. С. Гитман. Поиск оптимальных параметров феррорезонансного стабилизатора методом крутого восхождения. Изв. ТПИ, т. 172, Томск, 1967.
2. Д. А. Аветисян, А. И. Бертинов, Е. С. Гитман. Применение математической теории эксперимента для выбора оптимальных параметров дросселя переменного тока. Изв. вузов, «Электромеханика», 1968, № 11.
3. М. С. Алейников, Т. Ю. Алейникова. Применение факторного эксперимента для выбора оптимальных параметров П-образного индуктивно-емкостного фильтра. Доклады юбилейной научно-технической конференции факультета автоматических систем. Томск, изд-во ТГУ, 1970.
4. М. М. Дмитриев, Н. Л. Кузнецов. Применение факторного эксперимента к исследованию характеристик электрических машин. Доклады юбилейной научно-технической конференции факультета автоматических систем. Томск, Изд-во ТГУ, 1970.
5. В. П. Обрусник. Упрощенный метод расчета оптимальной геометрии трансформаторов, регулируемых подмагничиванием шунтов. Изв. ТПИ, т. 132, Томск, 1965.
6. В. В. Налимов, Н. А. Чернова. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., Изд-во «Наука», 1965.